



Országos Matematikaolimpia
Megyei forduló - 2026. március 7.

VII. OSZTÁLY

1. feladat. Határozd meg azokat az x valós számokat, amelyekre $\{x\} - \{2026 \cdot x\} = x$.
($\{a\}$ jelölés az a valós szám törtrészét jelenti.)

2. feladat. a) Igazold, hogy létezik olyan a és b nemnulla természetes szám, amelyekre $\sqrt{a^2 + 2026 \cdot b^2}$ szám racionális!

b) Melyik a legkisebb olyan nemnulla b természetes szám, amelyre létezik a természetes szám úgy, hogy $\sqrt{a^2 + 2026 \cdot b^2}$ racionális szám legyen?

Gazeta Matematică

3. feladat. Adott az ABC háromszög, amelyben $AB = AC = 2 \cdot BC$. A C pontban az AC egyenesre állított merőleges az AB szakasz felezőmerőlegesét a D pontban metszi. Legyen M az AD szakasz felezőpontja, N az AB szakasz felezőpontja, és P a BM és DN egyenesek metszéspontja.

a) Bizonyítsd be, hogy $PC \perp CB$.

b) Bizonyítsd be, hogy $DC = 2 \cdot PC$.

4. feladat. Adott egy derékszögű egyenlő szárú ABC háromszög. Jelölje M az AC átfogó felezőpontját, N a CM szakasz felezőpontját, P az M pontból a BN egyenesre bocsátott merőleges talppontját, E az A pontból a BN egyenesre bocsátott merőleges talppontját, R pedig az M pontból az AE egyenesre bocsátott merőleges talppontját.

Igazold, hogy R az ABP háromszög súlypontja!

Munkaidő 3 óra.

Minden feladatra legfeljebb 22,5 pont szerezhető.